**Họ tên: Bùi Thị Thanh Hương**

1. **Đề bài:**

Cho 2 xâu X và Y. Xét 3 phép biến đổi với xâu X:

* Insert(i, A): chèn ký tự A vào sau vị trí i của xâu X.
* Replace(i,A): thay ký tự tại vị trí i của xâu X bằng ký tự A.
* Delete(i): xóa ký tự tại vị trí i của xâu X.

Hãy tìm dãy các phép biến đổi ít nhất để biến xâu X thành xâu Y.

1. **Phân tích:**
2. *Công thức truy hồi:*

Giả sử m là độ dài xâu X và n là độ dài xâu Y. Gọi C[i,j] là số phép biến đổi tối thiểu để biến xâu gồm i ký tự đầu của xâu X: X1X2…Xi thành xâu gồm j ký tự đầu của xâu Y: Y1Y2…Yj.

Ta thấy: X = X1X2…Xm và Y = Y1Y2…Yn.

* Nếu Xm = Yn thì ta biến đoạn X1…Xm-1 thành Y1…Yn-1 nên ta có:

**C[m,n] = C[m-1, n-1]**

* Nếu Xm ≠ Yn thì tại vị trí Xm  ta có thể sử dụng một trong 3 phép biến đổi:

1. Chèn vào sau vị trí m của xâu X một ký tự đúng bằng Yn:

Khi đó C[m,n] sẽ bằng 1 phép chèn rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1X2…Xm thành dãy Y1…Yn-1:

C[m,n] = 1 + C[m, n-1]

1. Thay vị trí m của xâu X bằng một ký tự đúng bằng Yn­:

Khi đó C[m,n] sẽ bằng 1 phép thay thế rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1…Xm-1 thành dãy Y1…Yn-1:

C[m,n] = 1 + C[m-1, n-1]

1. Xóa vị trí thứ m của xâu X:

Khi đó C[m,n] sẽ bằng 1 phép xóa rồi cộng với số phép biến đổi biến dãy X1…Xm-1 thành dãy Y1…Yn:

C[m,n] = 1 + C[m-1, n]

Vì số phép biến đổi C[m,n] phải là tối thiểu nên trong trường hợp Xm ≠ Yn ta có:

**C[m,n] = min{ C[m, n-1], C[m-1, n-1], C[m-1, n]} + 1**

1. *Cơ sở quy hoạch động*

* C[0,j] là số phép biến đổi xâu X rỗng thành xâu gồm j ký tự đầu của Y. Nó cần tối thiểu j phép chèn nên C[0,j] = j.
* C[i, 0] là số phép biến đổi xâu gồm i ký tự đầu của X thành xâu rỗng. Nó cần tối thiểu i phép xóa nên C[i, 0] = i.

Vậy đầu tiên bảng phương án là mảng 2 chiều cỡ [0..m, 0..n] được khởi tạo hàng 0 và cột 0 là cơ sở quy hoạch động.

1. *Kết quả tối ưu*

C[m,n] là số phép biến đổi tối thiểu biến xâu X thành xâu Y.

1. *Truy vết tìm nghiệm*

* Nếu Xm = Yn thì ta chỉ cần xét tiếp C[m-1, n-1].
* Nếu không thì xét 3 trường hợp:
* Nếu C[m,n] = C[m,n-1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là Insert(m,Ym).
* Nếu C[m,n] = C[m-1,n-1] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là Replace(m, Ym).
* Nếu C[m,n] = C[m-1,n] + 1 thì phép biến đổi đầu tiên được sử dụng là Delete(m).

Đưa về bài toán với m, n nhỏ hơn và truy vết cho tới khi về C[0,0].

1. **Thiết kế giải thuật**

/\* tạo cơ sở quy hoạch động \*/

for i = 0..m

C[i][0] = i;

for j = 0..n

C[0][j] = j;

/\* xây dựng bảng phương án \*/

for i = 0..m

for j = 0..n

if (X[i] = Y[j])

C[i][j] = C[i-1][j-1];

else

C[i][j] = min(C[i][j-1], C[i-1][j-1], C[i-1][j]) + 1;

/\* số phép biến đổi ít nhất \*/

printf C[m][n];

/\* truy vết \*/

i = m, j = n;

while (i>0 || j>0)

if (X[i] = Y[j])

i = i – 1;

j = j – 1;

else if (C[i][j] = C[i][j-1]+1)

printf chèn Y[j] vào sau vị trí i;

j = i – 1;

else if (C[i][j] = C[i-1][j-1]+1)

printf thay thế ký tự tại vị trí i bằng Y[j];

i = i – 1;

j = j – 1;

else if (C[i][j] = C[i-1][j]+1)

printf xóa ký tự tại vị trí i;

i = i – 1;

Chương trình: bien\_doi\_xau.c